

1 Exercices

Exercice 1.1 Convergence des intégrales suivantes : $A = \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \ln x}{x^2 - \ln x} dx$ $B = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\exp(\sqrt{x}) + x} dx$

Exercice 1.2 Convergence des intégrales suivantes : $A = \int_0^1 \frac{x \ln x}{\sqrt[3]{x^2 - x^3}} dx$ $B = \int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{\cos^2 x + x^3} dx$

Exercice 1.3 Convergence des intégrales suivantes : $A = \int_0^{+\infty} x \sin\left(\frac{1}{x^3}\right) dx$ $B = \int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1 + \cos x + x^2} dx$

2 Indications

Indication pour l'exercice 1.1 : Pour la première intégrale, la fonction se prolonge par continuité en 0 (rechercher un équivalent simple) et un équivalent en $+\infty$ règle le problème en $+\infty$.

Pour la seconde, une majoration suffit (par le terme dominant du dénominateur) et l'étude de l'intégrabilité de la nouvelle fonction s'obtient par comparaison en $+\infty$ avec une fonction puissance convenable.

Indication pour l'exercice 1.2 : Pour la première intégrale, la recherche d'un équivalent fournit le prolongement par continuité en 0 (pour le dénominateur, une factorisation par le terme dominant suffit). En 1, faire de même (factoriser le dénominateur et se rappeler de l'équivalent de $\ln x$ en 1, au besoin par un changement de variable $x = 1 - t$)

Pour la seconde intégrale, le seul problème se trouve en $+\infty$ et une majoration simple règle le problème.

Indication pour l'exercice 1.3 : Pour la première intégrale, justifier l'existence du prolongement par continuité en 0 et en $+\infty$ un équivalent est la solution du problème

Pour la seconde intégrale, utiliser un équivalent en 0 (est-ce que la fonction $x \mapsto \ln x$ est intégrable en 0 ? Réponse : soit on la compare à une fonction puissance convenable, soit on effectue l'intégration sur $[\varepsilon, 1]$ puis on fait tendre ε vers 1). En $+\infty$,

une majoration simple ramène à considérer $\frac{\ln x}{x^2}$ dont l'intégrabilité sur $[1, +\infty[$ résulte d'une comparaison avec une fonction puissance convenable.

3 Corrections

Correction de l'exercice 1.1 : Indisponible actuellement (mais cela va venir)

Correction de l'exercice 1.2 : Indisponible actuellement (mais cela va venir)

Correction de l'exercice 1.3 : Indisponible actuellement (mais cela va venir)