

**Exercice 1**

On tire deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On considère les ensembles suivants :

$A = \{\text{les deux cartes tirées sont rouges}\}$ ,

$B = \{\text{les deux cartes tirées sont un valet et un dix}\}$

$C = \{\text{les deux cartes tirées sont des personnages}\}$

1. Que représente les ensembles suivants ?

a)  $\bar{A}$     b)  $A \cap B \cap \bar{C}$     c)  $(A \cap \bar{C}) \cap (B \cap \bar{C})$     d)  $(A \cap B) \cap C$

2. Ecrire à l'aide des ensembles  $A, B, C$  les ensembles :

$F = \{\text{les deux cartes tirées sont des figures et ne sont pas toutes les deux rouges}\}$

$G = \{\text{on obtient au plus une figure}\}$

**Exercice 2**

Dans une boîte, il y a quatre jetons numérotés de 1 à 4. On tire simultanément au hasard deux jetons

1. Donner tous les tirages possibles.

Pour la suite, on note  $A = \{\text{les deux jetons sont pairs}\}$ .

2. Quels sont les tirages constituant les ensembles suivants :  $\bar{A}$ , "A ou  $\bar{A}$ ",  $A \cap \bar{A}$ .

3. On considère l'ensemble  $C = \{\text{la somme des chiffres notés sur les deux jetons est pair}\}$ .

Quels sont les tirages constituant les ensembles suivants :

$\bar{C}$ ,  $A \cup C$ , "A et C", "A ou  $\bar{C}$ ",  $A \cap \bar{C}$ .

**Exercice 3**

Soient  $A, B, C$  trois éléments de  $\mathcal{P}(\Omega)$ . Décrire à l'aide de  $A, B, C$  les ensembles suivants :

1.  $\mathcal{A}$  : "seul A se réalise"

2.  $\mathcal{B}$  : "A et B se réalisent mais pas C"

3.  $\mathcal{C}$  : "Deux événements au plus se réalisent"

4.  $\mathcal{D}$  : "Deux événements ou plus se réalisent"

**Exercice 4**

Un joueur A dispose d'une pièce. Pour tout entier naturel  $n$ , on note :

$P_n$  l'évènement "le  $n^{\text{ième}}$  lancer de la pièce fourni Pile"

$F_n$  l'évènement "le  $n^{\text{ième}}$  lancer fourni Face"

1. On suppose que le joueur lance 4 fois la pièce.

A l'aide des événements  $(P_n)_{n \geq 0}$  et  $(F_n)_{n \geq 0}$ , exprimer les événements suivants :

(a) "obtenir au moins trois Piles"

(b) "obtenir au moins 2 faces successifs"

(c) "chaque fois que cela est possible, Face est suivi d'un Pile"

(d) "chaque fois que cela est possible, Face est suivi d'un Face"

2. Un second joueur B joue avec A au jeu suivant : le joueur A lance en premier la pièce. S'il obtient Pile, il gagne et le jeu s'arrête. Sinon, le joueur B lance la pièce. S'il obtient Face, il gagne et le jeu s'arrête. Sinon, le joueur A lance la pièce. S'il obtient Pile, il gagne, etc. Pour tout entier  $k \in \mathbb{N}$ , on note :

$A_{2k+1}$  l'évènement : "le joueur A gagne au  $(2k+1)^{\text{ième}}$  lancer de la pièce"

$B_{2k+2}$  l'évènement : "le joueur B gagne au  $(2k+2)^{\text{ième}}$  lancer de la pièce"

(a) Exprimer à l'aide des  $(P_n)_{n \geq 0}$  et  $(F_n)_{n \geq 0}$  les événements :

$A_1, B_2, A_3, B_4, A_5, B_6$  puis, pour tout entier  $k$ , les événements  $A_{2k+1}$  et  $B_{2k+2}$

(b) On suppose en outre que chaque joueur ne peut faire plus de cinq lancers de pièces. A l'aide des événements  $(A_{2k+1})_{k \geq 0}$  et  $(B_{2k+2})_{k \geq 0}$ , exprimer les événements suivants :

i. "le joueur A gagne en lançant moins de 3 fois la pièce"

ii. "il faut au moins 3 lancers à B pour gagner"

iii. "un des joueurs gagne avant le quatrième lancer de la pièce"

iv. "le joueur A gagne avant le joueur B"

v. "aucun joueur ne gagne le jeu"

vi. "un joueur gagne le jeu"

**Exercice 5**

Parmi les 38 élèves d'une classe, 31 étudient l'anglais, 24 étudient l'espagnol, 17 étudient l'allemand, 12 étudient l'anglais et l'allemand, 9 étudient l'espagnol et l'allemand et 4 étudient les trois langues. On suppose que tout élève de la classe étudie au moins une langue. Calculer la probabilité pour qu'un élève étudie

a) l'anglais et l'espagnol    b) l'anglais ou l'espagnol ?    uniquement l'allemand ?

**Exercice 6**

Un parlement est constitué de 470 parlementaires. On procède à l'élection d'une commission de 5 membres. Chaque parlementaire vote pour 5 candidats. On suppose qu'il n'y a ni vote nul, ni abstention. On considère les 3 candidats A, B et C. 282 parlementaires ont voté pour A, 117 pour A et B, 105 pour A et C, 79 pour A, B et C, 117 pour B et C mais pas pour A, 27 pour C mais pas pour A ni pour B, 133 pour B mais pas pour A.

1. Calculer la probabilité pour qu'un parlementaire ait voté :

a) pour A mais pas pour B.    b) pour B.    c) pour C

2. Calculer la probabilité pour qu'un parlementaire n'ait voté ni pour A, ni pour B, ni pour C.