

**Exercice 1**

On dispose de trois jetons. Le premier jeton possède deux faces noires, le second deux faces blanches et le troisième une face blanche et une face noire. On pioche un jeton au hasard. La face visible est noire. Calculer la probabilité pour que ses deux faces soient noires.

**Exercice 2**

Omar Sharif s'entraîne seul au poker. Il pioche cinq cartes dans un jeu de 52 cartes.

1. Calculer la probabilité pour qu'il possède un carré d'as (quatre as).
2. Omar dévoile deux as. Quelle est la probabilité qu'il possède en fait un carré d'as ?
3. Omar décide de jeter deux cartes (qui ne retournent pas dans le paquet de cartes) et reçoit en contrepartie deux cartes (du paquet de cartes). Il dévoile ses cartes : quatre as et un roi ! Quelle est la probabilité qu'Omar disposait en fait de trois as avant de jeter ses deux cartes ?.

**Exercice 3**

Deux urnes contiennent respectivement 4 boules rouges et 3 boules vertes, 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire au hasard une boule dans la première (sans l'y remettre), puis on procède au tirage d'une deuxième boule, dans la même urne si la première boule tirée est rouge, dans l'autre urne si la première boule tirée est verte.

Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules vertes ? deux boules rouges ?

On sait que les deux boules tirées sont de même couleur.

Quelle est la probabilité qu'elles soient rouges ?

**Exercice 4**

Trois urnes contiennent respectivement deux boules rouges et une boule verte, deux boules vertes et une boule noire, deux boules noires et une boule rouge. On tire au hasard une boule dans la première urne et on la met dans la deuxième, puis on tire une boule dans la deuxième urne et on la met dans la troisième, enfin on tire une boule dans cette troisième urne.

1. Calculer la probabilité que la seconde boule soit verte.
2. Calculer la probabilité que la dernière boule soit rouge.
3. Calculer la probabilité de piocher trois (resp. deux) boules de même couleur.
4. Calculer la probabilité de tirer trois boules de couleurs différentes.

**Exercice 5**

Parmi cent dés cubiques, vingt-cinq sont pipés de telle sorte que la probabilité d'obtenir 6 soit  $\frac{1}{2}$  et que les autres numéros aient la même probabilité d'apparaître. On prend un dé au hasard parmi les cent et on le lance.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?
2. On obtient 6. Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?
3. On obtient 2. Quelle est la probabilité que ce dé ne soit pas pipé ?

**Exercice 6**

Un joueur lance six fois de suite un dé à 20 faces (numérotées de 1 à 20).

1. Calculer la probabilité qu'il obtienne trois multiples de 3.
2. Calculer la probabilité qu'il obtienne trois multiples de 3 s'il a obtenu le 1 au premier lancer et le 2 au second lancer.
3. Calculer la probabilité d'obtenir le 1 au premier lancer et le 2 au second lancer s'il a obtenu trois multiples de 3 au cours des six lancers.

**Exercice 7**

On considère  $n$  urnes numérotées de 1 à  $n$ . L'urne  $n^{\circ}k$  contient  $k$  boules vertes et  $k$  boules rouges. On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans cette urne.

Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?

**Exercice 8**

On dispose d'une pièce équilibrée et d'une urne contenant 5 boules vertes, 3 boules rouges et 7 boules noires. On lance 6 fois la pièce puis on pioche sans remise autant de boules que de piles obtenues (si on a obtenu quatre piles, on pioche quatre boules).

Calculer la probabilité d'obtenir les trois boules rouges (resp. aucune boule verte).

**Exercice 9**

Une compagnie aérienne étudie la réservation sur l'un de ses vols. Une place donnée est libre le jour d'ouverture de la réservation et son état évolue chaque jour jusqu'à la fermeture de la réservation de la manière suivante : si la place est réservée le jour  $k$ , elle le sera encore le jour  $k + 1$  avec la probabilité  $\frac{9}{10}$ . Si la place est libre le jour  $k$ , elle sera réservée

le jour  $k + 1$  avec la probabilité  $\frac{4}{10}$ .

Pour  $k$  entier positif, on note  $r_k$  la probabilité que la place soit réservée le jour  $k$ .

1. Exprimer  $r_{k+1}$  en fonction de  $r_k$ .
2. En déduire l'expression explicite de  $r_k$  en fonction de  $k$  et calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = r$ .

**Exercice 10**

Deux urnes  $U_1$  et  $U_2$  contiennent des boules blanches et noires en nombres respectifs  $b_1, n_1, b_2, n_2$  non nuls. On effectue un premier tirage dans une urne choisie au hasard et on remet la boule obtenue dans son urne d'origine.

Si l'on obtient une boule blanche (resp. noire), le  $2^{\text{ème}}$  tirage se fait dans  $U_1$  (resp.  $U_2$ ). Au  $i^{\text{ème}}$  tirage, si la boule obtenue est blanche (resp. noire), le  $(i + 1)^{\text{ème}}$  tirage se fait dans  $U_1$  (resp.  $U_2$ ). Soit  $B_i$  l'évènement : "on obtient une boule blanche au  $i^{\text{ème}}$  tirage".

1. Calculer  $P(B_1)$  et  $P(B_2)$ .
2. Exprimer  $P(B_n)$  en fonction de  $P(B_{n-1})$ .
3. Montrer que la suite  $P(B_n)$  converge et déterminer sa limite. Interprétation.