Exercice 1
On considère la fonction f définie sur $]-1,+\infty[$ par

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-\ln(1+x)}{x} & \text{si } x\neq 0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

1. Montrer que f est C^1 sur $]-1,+\infty[$ et expliciter sa dérivée.
2. Quelle est l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x=0$?
   Etudier l'existence de tangente horizontale.
3. Déterminer le signe de la fonction $x\mapsto -x+(1+x)\ln(x+1)$ sur $]-1,+\infty[$
4. Dresser le tableau de variations de f sur $]-1,+\infty[$. Quel est le signe de f sur $]-1,+\infty[$?
5. Etudier l'existence d'asymptotes de la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ en -1 et en $+\infty$.
6. Tracer la courbe représentative de f

Exercice 2
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x)=\begin{cases}x^{1+1/x}=\exp[(1+\dfrac{1}{x})\ln x] & \text{si } x>0\\ 0 & \text{si } x=0\end{cases}$$

1. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}_+$ et C^1 sur $\mathbb{R}_+^\times$. Est-elle dérivable en 0 ?
2. Montrer que $\forall x\geqslant 0,\quad \ln x\leqslant 1+x$. Calculer $f'(x)$ pour $x>0$ et préciser son signe.
   Préciser le sens de variations de f.
3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Etudier la nature de la branche infinie de C en $+\infty$.
   (On donnera un équivalent simple de $f(x)-x$)
4. Soit C la courbe représentative de f. Déterminer l'équation de la tangente T à C au point d'abscisse 1 puis construire C et T dans un repère orthonormé (on admettra que T est en dessous de C au voisinage du point de contact)