Exercice 1
Calculer les sommes suivantes :

$$A_n = \sum_{p=2}^{n} \left(\frac{1}{3}\right)^p, \quad B_n = \sum_{k=3}^{n+1} \frac{2^k}{3^{k+2}}, \quad C_N = \sum_{n=1}^{N} \left(5 \times 2^n + 2 \times 3^{2n}\right), \quad D_k = \sum_{n=3}^{2k} 2^{3n+1} \times \frac{3^{n+1}}{4^n}$$

Exercice 2
Soit u une suite telle que $\forall n \geqslant 0, \quad 3u_{n+1} - 2u_n = 1$.
Calculer $\sum\limits_{k=0}^{n} u_k$.

Exercice 3
Soit u la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, \quad 3u_{n+2} - 5u_{n+1} + 2u_n = 0$ avec $u_0 = 2$ et $u_1 = 3$.
Calculer $\sum\limits_{k=2}^{2004} u_k$

Exercice 4
Vérifier rapidement les égalités suivantes :

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}, \qquad \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{2}{k+1} + \frac{1}{k+2}\right),$$
$$\frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)} = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{k} - \frac{3}{k+1} + \frac{3}{k+2} - \frac{1}{k+3}\right)$$

Calculer les sommes suivantes

1. $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$
2. $T_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$
3. $R_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$

Exercice 5
On souhaite déterminer toutes les suites w_n vérifiant

$$(E) : \quad \forall n \geqslant 0, \quad w_{n+2} - 2w_{n+1} + w_n = 3n - 1$$

1. Montrer qu'il existe un, et un seul, couple de réels (a, b) tel que la suite $u_n = an^3 + bn^2$ satisfait à (E).
2. On considère la suite z définie par $\forall n \geqslant 0, \quad z_n = w_n - u_n$, où w est une suite satisfaisant à (E) et u est la suite définie à la question précédente.
   Montrer que $\forall n \geqslant 0, \quad z_{n+2} - 2z_{n+1} + z_n = 0$. En déduire la forme de la suite z puis celle de w.