

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs.

Ils ne doivent faire usage d'aucun document ni d'AUCUNE DISCUSSION sous peine d'annulation de leurs copies; seule l'utilisation d'une règle graduée est autorisée. L'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite. Les téléphones portables doivent être éteints.

Le devoir est composé de 2 pages et de quatre exercices indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité par le candidat.

Durée du devoir : 4h

Bonne chance

Exercice 1

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes

$$(a) : 2x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0. \quad (b) : 3x^4 - x^2 - \frac{2}{3} < 0.$$

$$(c) : \ln(-3x - 4) > 2\ln(x + 1). \quad (d) : \frac{x + 5}{x - 4} + \frac{4}{x(x + 4)} = 0.$$

$$(e) : \exp\left(\frac{2x - 1}{4 - x}\right) \geq 1.$$

2. Pour chacune des fonctions suivantes, donner son domaine de définition ainsi que sa parité éventuelle..

$$(a) : f(x) = \ln\left(\frac{3 - x^2}{x^2 + 1}\right). \quad (b) : g(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + x}.$$

$$(c) : h(x) = \exp\left(\frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{1 - x^2}}\right).. \quad (d) : k(x) = x\sqrt{|x^4 - 3|}..$$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{3}{2}e^{2x} - e^x - 2x - 4.$$

On appelle \mathcal{C} le graphe de f .

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2. Soit $g(x) = e^x\left(\frac{3}{2}e^x - 1\right)$.

Résoudre l'équation $g(x) = 0$ et étudier le signe de $g(x)$.

3. (a) Montrez que $f(x) - (-2x - 4) = g(x)$.

(b) Déduisez-en que la droite D d'équation $y = -2x - 4$ est asymptote à \mathcal{C} . Etudier la position de \mathcal{C} par rapport à D .

- (a) Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = (3e^x + 2)(e^x - 1).$$

- (b) Déduisez-en le signe de $f'(x)$.
- (c) Dressez le tableau de variation de la fonction f .

4. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution x_0 dans l'intervalle $[1; 3]$

Exercice 3

On considère les fonctions

$$f(x) = \frac{1}{e^{2x} - e^x - 1} \quad \text{et} \quad g(x) = e^{2x} - e^x - 1.$$

1. Etudier le signe du trinôme $x^2 - x - 1$. Pour quel valeur de x , cette dernière expression s'annule-t-elle?
2. En déduire le signe de $g(x)$, puis déterminer le domaine de définition de f .
 - (a) Calculer $g'(x)$.
 - (b) Etudier le signe du trinôme $2x^2 - x$. En déduire le signe de $g'(x)$ et donner le tableau de variation de g .
 - (a) Quelle est la fonction u telle que l'on ait $f = u \circ g$?
 - (b) A l'aide des variations des fonctions u et g , donner les variations de la fonction f sur son domaine de définition.
 - (a) Calculer $f'(x)$, puis étudier le signe de f' .
 - (b) En déduire le tableau de variation de f .
 - (c) Quel est le maximum de f sur son domaine de définition.
 - (d) Donner la borne inférieure de f sur \mathcal{D}_f . Est-ce un minimum?

Exercice 4

Trois attachés commerciaux, que nous appellerons A, B et C, comparent les méthodes de calcul de leurs salaires mensuels. A gagne 12 000 Fr quel que soit le chiffre d'affaires qu'il réalise.

B est au pourcentage : son salaire est uniquement constitué d'un certain pourcentage du chiffre d'affaires qu'il réalise ; ainsi, il a gagné 9 622 Fr pour un chiffre d'affaires de 226 400 Fr.

C perçoit un fixe auquel s'ajoute un pourcentage calculé sur le chiffre d'affaires qu'il réalise : il a gagné une fois 11 282,50 Fr pour un chiffre d'affaires de 257 000 Fr, et une autre fois 10 888,75 Fr pour un chiffre d'affaires de 239 000 Fr

1. Déterminer le pourcentage du chiffre d'affaires qui donne le salaire de B.
2. Déterminer le fixe et le pourcentage du chiffre d'affaires qui donnent le salaire de C.
3. On désigne par f , g , h les fonctions donnant respectivement les salaires de A,B,C en fonction du chiffre d'affaires x qu'ils réalisent.
 - (a) Donner les expressions de $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.
 - (b) Dans le même repère, représentez graphiquement les fonctions f , g et h .
4. Quel représentant gagne le plus pour un chiffre d'affaires égal à 300 000 Fr?
5. Quel est, suivant le chiffre d'affaires réalisé, le mode de rémunération le plus avantageux?